Quatre opérations et numération : pourquoi ne pas dissocier les apprentissages, comment faire.

Numération décimale et multiplication.

La numération décimale nécessite la compréhension de la multiplication : 54 est le codage de ce que l'élève est capable d'exprimer en langage courant par « 5 fois dix et 4 ». Ceci n'est pas nié dans les manuels actuels, mais on préfère se passer du signe « x : multiplié par » et lui substituer une addition répétée de dizaines : 10+10+10+10+10...

C'est une fausse simplification.

D'une part, parce que, passé 4 fois, il devient difficile de percevoir combien de fois on ajoute 10 pour avoir le nombre obtenu.

Mais surtout parce l'on n'habitue pas l'enfant à considérer ce 5 comme autre chose qu'un nombre d'unités.

On peut lui dire que c'est un nombre de « boîtes » de dix, un nombre de « paquets » de dix, un nombre de « rangées » de 10, mais pour passer des exemples concrets à la notation abstraite, il lui faudra bien percevoir que ce n'est pas tout à fait un nombre d'objets que l'on énumère, mais plutôt un nombre de « fois », c'est à dire que 5 n'est pas là un nombre d'objets concrets, mais le multiplicateur d'un nombre d'objets concrets.

Sans cette différenciation l'enfant ne conçoit pas que 5 et 4 fassent 9 plutôt que 54. Cette perception ne peut s'exercer si, au préalable, on ne l'a pas appliquée à des regroupements plus petits : par 2, par 3, par 5, que l'on a pris soin d'énoncer en employant le mot « fois » et de coder avec le signe « x : multiplier par ».

Le travail de comptage par regroupement a été utilisé à l'époque des « maths modernes » quand on introduisait le travail sur la numération en base décimale par un codage en d'autres bases, mais comme dans le domaine de la lecture, on a filtré le moustique pour avaler le chameau : l'apprentissage de la multiplication, jugé trop « technique » a été abandonné au profit d'une approche théorique abstraite qui s'est avérée peu efficace.

Alors que l'on peut repérer très tôt que 2 paquets de 2 correspondent à 4, 2 paquets de 3 à 6 (dé)…on s'entraîne aussi à compter les doigts des deux mains (2 pouces = 2 doigts, 2 pouces+2 index = 4doigts…) et introduire la notation : x2 et x3. Au lieu de dire que le nombre 6 s'écrit 20 en base 3, on dit tout simplement que 6 est égal à 2 fois 3 puis que 20 est égal à 2 fois 10, alors seulement on remarque l'analogie dans l'écriture 20 // 2fois10.

L'utilisation de la monnaie est un outil précieux pour utiliser ces notions. Très tôt au CP, on manipule des pièces de 2 Euros pour calculer la valeur de 2, 3, 4 pièces et la notation 2€x2, 2€x3, 2€x4 se substitue rapidement aux additions répétées. Le passage aux billets de 5 euros et 10 euros se fait plus aisément et l'association 53 euros : 5 billets de 10 euros et 3 pièces de 1 euro illustre bien la numération décimale.

D'où l'intérêt porté aux multiples de 2 comme aux multiples de 5. Cet intérêt revêt d'abord l'aspect d'une simple gymnastique mentale avec le comptage sur le boulier, de 2 en 2 puis de 5 en 5. Le partage de chaque ligne de 10 boules en 2 couleurs permet un repérage rapide du 5 mais aussi du 4 et du 6. Le côté pratique qui consiste à regrouper par 2 pour compter plus vite apparaît quotidiennement quand il s'agit de compter des enfants rangés par 2 ou assis par 2 à une table. Les activités durant lesquelles la classe est partagée en groupes ou en équipes de 5 permettent aussi ce type de dénombrement. À cette occasion, on introduit le vocabulaire de la division : « avec 27 élèves on peut faire 5 groupes de 5 et il reste 2 élèves ».

Cette habitude de se déplacer par « bonds » de 2 ou de 5 sur la frise numérique favorise l'imprégnation de la suite des nombres et prépare en même temps à la mémorisation des tables de multiplication.

Pour dénombrer des quantités plus importantes, on est vite conduit à faire des paquets de 5, puis à regrouper ces paquets de 5 par deux. Ce qui correspond à des aptitudes naturelles chez l'homme qui utilise les doigts de ses deux mains pour compter, et dont l'œil perçoit moins immédiatement la quantité d'un groupe d'objets dès qu'elle dépasse 5. Si la première approche de la comptine numérique est purement auditive, la mémoire doit rapidement pouvoir s'appuyer sur la vision et sur le geste, faute de quoi on trouve des enfants qui sont obligés de reprendre la comptine numérique à 1 pour calculer la moindre petite addition et peinent à sortir de ce mécanisme.

C'est aussi l'intérêt d'une approche précoce des 4 opérations que de devoir renoncer à cette récitation linéaire pour trouver d'autres solutions de déplacements dans la suite des nombres. Si la multiplication permet de construire la numération décimale, la soustraction est déterminante pour comparer les nombres.

Comparer deux nombres : la différence

Les premières comparaisons que l'on peut faire faire portent sur des petits nombres proches. Un enfant a 3 billes, l'autre 4, on trouve facilement que le premier en a une de plus que le deuxième, le deuxième, une de moins que le premier. C'est si évident d'associer les deux expressions dans le langage courant qu'on aurait tort de s'en priver dans le langage mathématique : 3+1 = 4 appelle 4-1= 3.

Cette notion de « retirer 1 » s'applique aux situations de perte, de départ, de don qui peuvent se résoudre en parcourant la comptine numérique à rebours. La mémoire visuelle doit alors soutenir la mémoire auditive qui perd vite ses repères au-delà de 5. Les doigts offrent un merveilleux support pour comparer les premiers nombres à 5 et à 10, il suffit de regarder sa main pour constater que sur 5 doigts, si 2 sont repliés, il en reste 3, si 3 sont repliés, il en reste 2. Le comptage sur les doigts est d'ailleurs souvent bloqué à 4 quand on essaie de développer les doigts 1 à 1, l'annulaire refusant de se dresser sans l'auriculaire. On suggèrera donc que pour former 4 avec les doigts, il est plus facile de montrer 5-1, en cachant le pouce, que 3+1 en relevant l'annulaire. Dès lors, on sera amené à comparer les nombres de 6 à 9, non seulement à 5 (5+1, 5+2; 5+3, 5+4) mais aussi à 10 (10-4....10-1).

On peut évidemment se contenter de connaître les compléments à 5 et à 10 sans connaître la soustraction qui correspond mais ce serait oublier que la construction de la numération non seulement s'enrichit de la pratique de la soustraction mais permet aussi de découvrir plus efficacement les sens de la soustraction. Le premier sens aisé à aborder est celui de reste : si l'enfant mange 1 ou 2 bonbons d'un paquet de 8, il retrouvera sans trop de difficulté que le reste se trouve en comptant à rebours et qu'on utilise pour signifier cela une soustraction. Mais pour trouver ce qui manque, ou la différence entre 2 nombres plus éloignés, il sera difficile de passer de l'addition « à trous » à la soustraction. Si l'habitude n'est pas prise avec des petits nombres de 1 à 10, il sera plus difficile de franchir cet obstacle.

L'entraînement à trouver la différence entre deux nombres devra se prolonger avec les apports de la numération décimale : 35 c'est 30 + 5, la différence entre 30 et 35 est de 5 car 35-30 = 5, la différence entre 5 et 35 est de 30 car 35-5 = 30. Cette notion d'écart, de différence entre deux nombres est aussi primordiale pour saisir la construction de la numération que pour appréhender le sens de la soustraction. Elle ne sera pas totalement acquise en fin de CP, mais elle aura été entendue, illustrée par de nombreuses situations et pratiquée dans des petits calculs systématiques.

Connaître un nombre de n'est pas seulement repérer sa position dans la frise numérique, savoir s'il se place avant ou après un autre nombre, s'il en est proche ou éloigné, savoir évaluer cette distance, c'est aussi percevoir ses rapports avec les autres nombres et cette perception passe obligatoirement par l'utilisation de la division

Connaître quelques rapports entre 2 nombres

Les premiers rapports que l'on va signaler sont les rapports du double et de la moitié. Le langage courant donne de nombreuses occasions de dénombrer des choses qui vont par paires ou par couples et d'établir une relation en double et moitié. Compter les doigts sur les deux mains incite déjà à pratiquer ce genre de rapprochement. La notion de nombres pairs et de nombres impairs est rapidement confortée par cette constatation : on peut partager en 2 un nombre pair, si l'on partage en deux un nombre impair, il reste 1. Partager en 2 conduit par répétition à partager en 4, la notion et l'image de quart (quart d'heure, quart de galette...) restant assez usuelle, on peut l'exercer sur les premiers nombres.

Plus difficile, mais également intéressante, la recherche du tiers peut aussi s'appliquer sur les nombres de 1 à 20. Les nombres de 11 à 16, difficiles à mémoriser, puisque leur nom en français n'évoque pas leur construction décimale, deviennent plus familiers grâce à leurs caractères de divisibilité : on remarque 11, 17 et 19 qui ne supportent pas le partage et à l'inverse 12 et 16 divisibles de plusieurs manières. Ces caractères deviennent plus visibles quand on s'applique au dénombrement de « carrés » à l'intérieur de figures carrées ou rectangulaires. Mais c'est surtout avec les nombres de 70 à 99 que la difficulté apparente du français peut être la source d'une meilleure compréhension des rapports entre les nombres. Encore faut-il que l'enfant ait suffisamment l'habitude de ce genre de comparaisons pour « voir » à travers les manipulations du boulier et le calcul mental que 7 fois dix c'est 6 fois 10 et 10 et que 8 fois 10 c'est comme 4 fois vingt.

Simplifier le système d'écriture en adoptant les dénominations « septante » et « octante » ne rendrait pas forcément service à la claire conscience des rapports entre les nombres.

Pascal Dupré, instituteur à Gien (Loiret)